Circuitos Elétricos 2

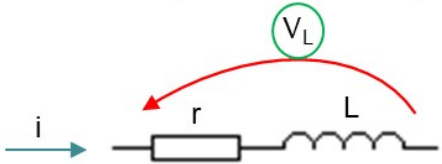
Prof. esp. Engº Luiz Antonio Vargas Pinto

Ed. abril 2026

www.vargasp.com

Lei de Ohm para circuitos de corrente alternada

- Considere uma bobina cuja resistência própria é **r** e indutância é **L**



- A passagem de uma corrente elétrica i(t) através dessa bobina, gera um campo magnético dado pela equação B = L i.
- Agora, se a corrente é variável no tempo então o fluxo também o é.
  - Por essa razão forma-se no circuito uma f_{EM} induzida dada pela equação:

$$V_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

© Prof. Vargas

O Indutor e a Indutância

- Um fio em espiral é uma bobina

A unidade de medida da indutância é o Henry [H]

- Dada a expressão $I(t) = I_{max}$ Sen (ωt), que colocada na expressão da f_{em} induzida da bobina (ou V_L), resulta:

$$V_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt} = L\frac{d[I_{max} \times \sin(\omega t)]}{dt} = \omega \times L \times I_{max} \times \cos(\omega t) = \omega \times L \times I_{max} \times \sin(\omega t + 90°)$$

- isto é, V_L existente nos extremos do componente é alternado e senoidal, com valor máximo igual a $E_{MAX} = \omega\ L\ I_{MAX}$. Ou simplesmente: Atrasa a Corrente em 90°

© Prof. Vargas

Na prática

- Indutores estão presentes nas indústria na forma de Transformadores e Motores

- Para valores eficazes, podemos considerar que $V_{EF} = \omega L I$

  $V_{EF} = Z I$ (Lei de Ohm)

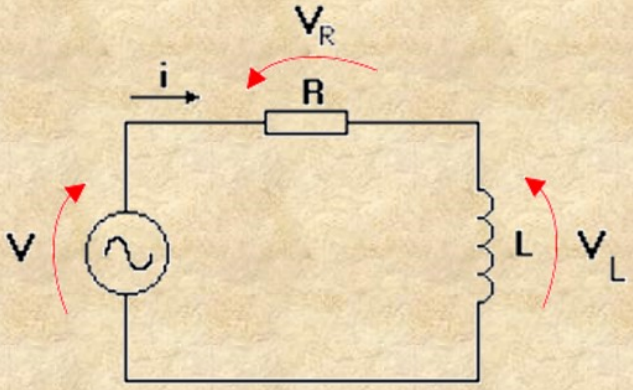
Como neste caso o causador Z é um indutor, denominamos $Z = X_L$ como Reatância Indutiva, expressa em Ω, tal que: $\omega \times L = X_L$

$$e \quad X_L = 2 \times \pi \times f \times L$$

- Como se trata de um efeito imaginário, expressamos o comportamento do indutor em análise de circuitos CA como $j.X_L$ ou $X_L \angle 90º$

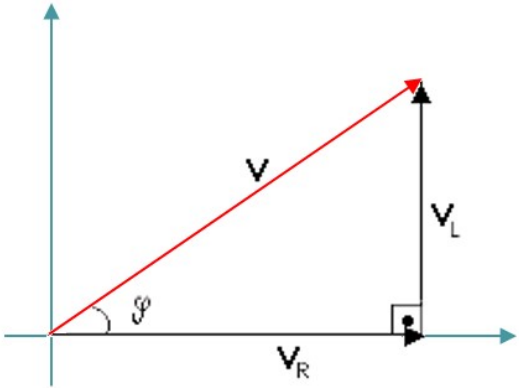
© Prof. Vargas

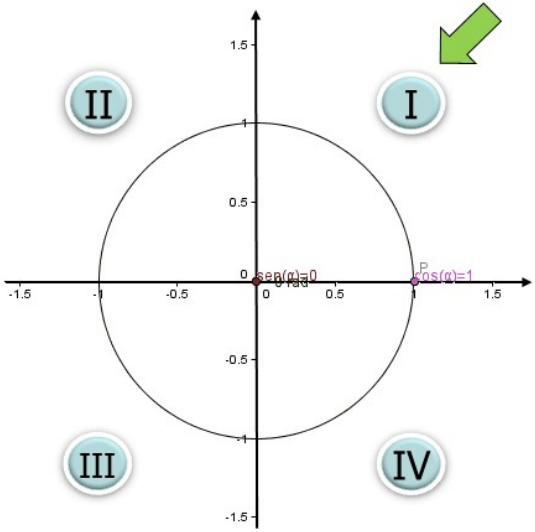
Combinação Resistor e Indutor em série



Graficamente

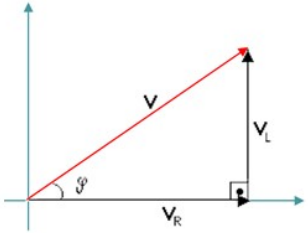
- Tal que $V = V_R + V_L$ proposto por Kirchhoff, porém, em CA a soma será *vetorial* e não *algébrica*, ou:





© Prof. Vargas

➲ Mas o triângulo é retângulo e V é a hipotenusa. De acordo com Pitágoras:



$$V^2 = V_L^2 + V_R^2 \Longrightarrow V = \sqrt{(X_L \times i)^2 + (R \times i)^2}$$

$$V = \sqrt{X_L^2 \times i^2 + R^2 \times i^2} = \sqrt{(X_L^2 + R^2) \times i^2}$$

$$V = \sqrt{(X_L^2 + R^2)} \times \sqrt{i^2} = \sqrt{(X_L^2 + R^2)} \times i$$

$$V = i \times \sqrt{(X_L^2 + R^2)} \Longrightarrow \frac{V}{i} = \sqrt{(X_L^2 + R^2)}$$

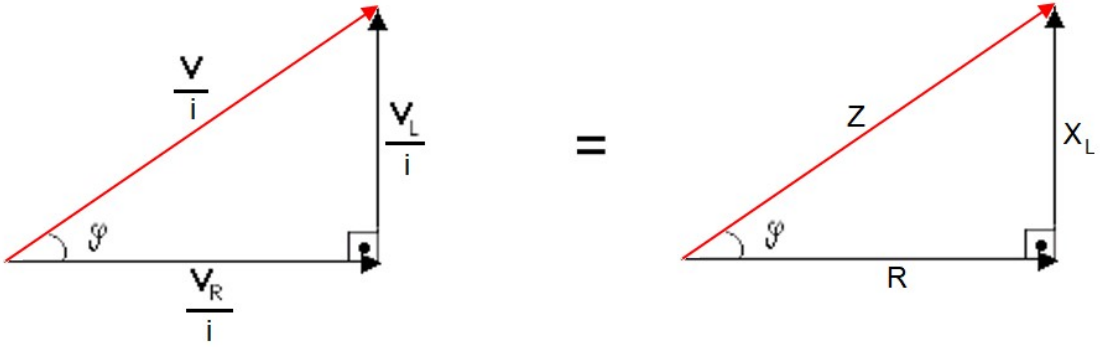
$$Mas\ \frac{V}{i} = Z$$

$$\therefore Z = \sqrt{X_L^2 + R^2}$$

© Prof. Vargas

Mas em série a corrente será a mesma...

- Há uma propriedade de triângulos que se for mantida a mesma proporção entre lados, ele não muda suas propriedades. Então dividimos todos os lados por i.

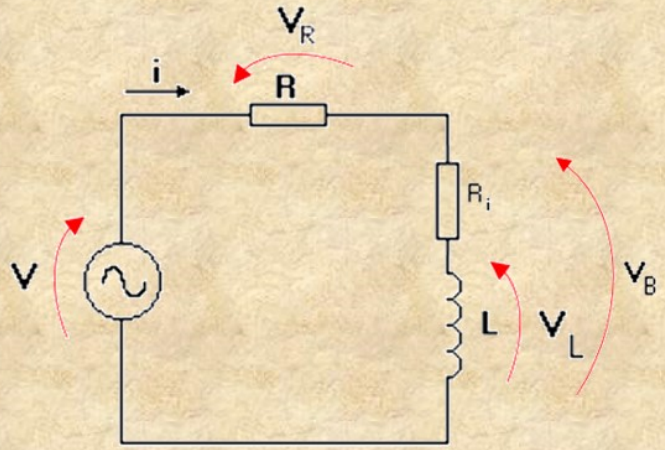


$$Z = \sqrt{X_L^2 + R^2}$$

$\text{Sen}\varphi = \frac{X_L}{Z}$ $Cos\varphi = \frac{R}{Z}$ $Tg\varphi = \frac{X_L}{R}$

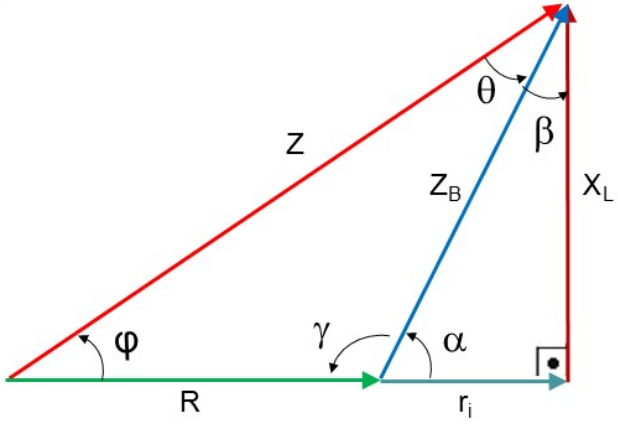
© Prof. Vargas

Com Indutor Real



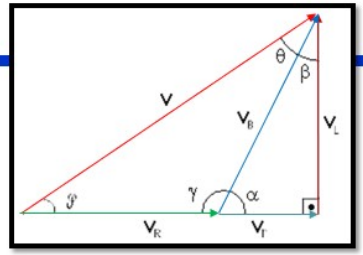
Circuito RL série real - R_{int} elevada

- Pela lei de Ohm, a tensão consumida pela resistência própria da bobina pode ser definida como $V_R = R_i \cdot i$ e da mesma forma $V_L = X_L \cdot I$ pois o circuito é série e a corrente **i** é a mesma para ambos. Graficamente podemos representar:



© Prof. Vargas

Calculando Z



$$\vec{V} = \overrightarrow{V_R} + \overrightarrow{V_L} + \overrightarrow{V_r}$$

$$V^2 = V_L^2 + (V_R + V_r)^2 \implies V = \sqrt{V_L^2 + (V_R + V_r)^2}$$

$$V = \sqrt{(X_L \times i)^2 + (R \times i + r \times i)^2}$$

$$V = \sqrt{X_L^2 \times i^2 + \big((R + r) \times i\big)^2}$$

$$V = \sqrt{X_L^2 \times i^2 + (R + r)^2 \times i^2}$$

$$V = \sqrt{(X_L^2 + (R + r)^2) \times i^2}$$

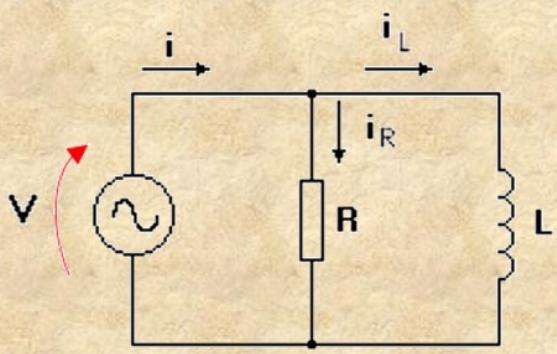
$$V = i \times \sqrt{(X_L^2 + (R + r)^2)}$$

$$\frac{V}{i} = \sqrt{X_L^2 + (R + r)^2}$$

$$Z = \sqrt{X_L^2 + (R + r)^2}$$

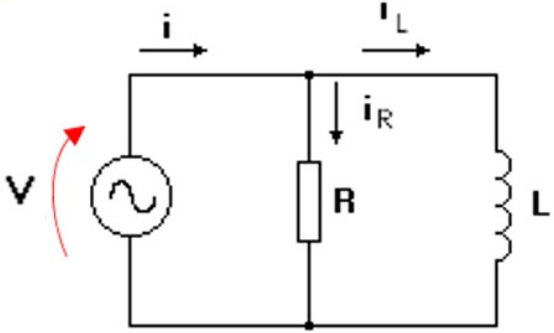
© Prof. Vargas

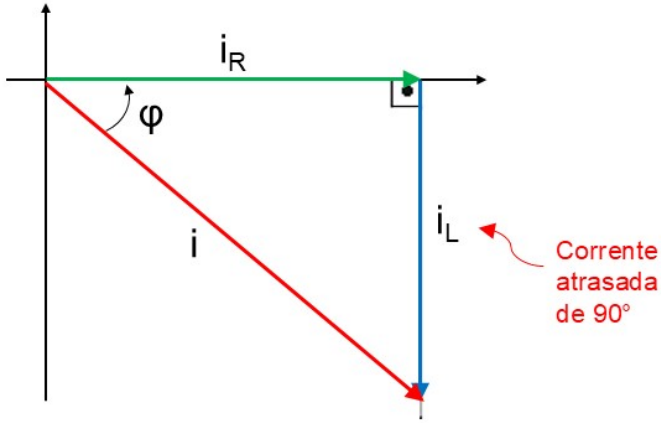
Circuito RL Paralelo



© Prof. Vargas

Graficamente





➲ O circuito se comporta vetorialmente

$$i = \sqrt{i_L^2 + i_R^2} = \sqrt{\left(\frac{V}{X_L}\right)^2 + \left(\frac{V}{R}\right)^2}$$

$$i = \sqrt{\frac{V^2}{X_L^2} + \frac{V^2}{R^2}} = \sqrt{V^2\left(\frac{1}{X_L^2} + \frac{1}{R^2}\right)}$$

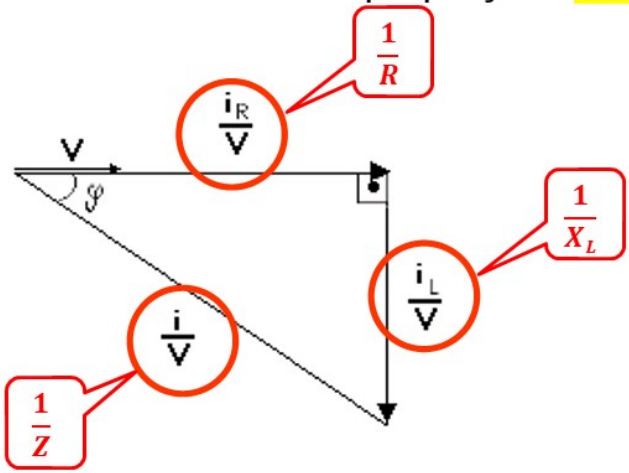
$$\frac{i}{V} = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X_L^2} + \frac{1}{R^2}} \Rightarrow Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{X_L^2} + \frac{1}{R^2}}}$$

$$X_L = 2 \times \pi \times f \times L$$

© Prof. Vargas

Ou por outro meio...

➲ Aplicando as mesmas proporções só que agora V é o mesmo.



$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X_L^2} + \frac{1}{R^2}} \Rightarrow Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{X_L^2} + \frac{1}{R^2}}}$$

© Prof. Vargas

Considere agora outro componente

- O capacitor
- Um elemento representado por duas placas separadas por uma distância d sendo que entre as placas existe um dielétrico. A norma ABNT normalmente o representa:

- E a medida de capacitância é dada em Farad (F) ou seus submúltiplos. Matematicamente, podemos definir a relação entre a tensão e a corrente aplicados a um capacitor pela equação:

$$i = C\frac{dV}{dt} \quad e \quad V = V_{MAX}Sen(\omega t)$$

© Prof. Vargas

- De onde:

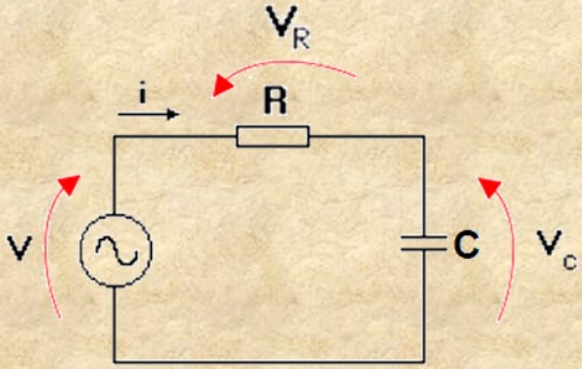
$$i = C\frac{d\left(V_{MAX}Sen(\omega t)\right)}{dt} = \omega C V_{MAX} Cos(\omega t) = \omega C V_{MAX} Sen(\omega t + 90°)$$

- e podemos observar que a corrente está 90º adiantada em relação a tensão ou podemos dizer que a tensão esta 90º atrasada em relação a corrente.
- De qualquer forma, é facilmente visível que I_{max} ocorre com Sen(ωt+90º)=1, o que significa que:

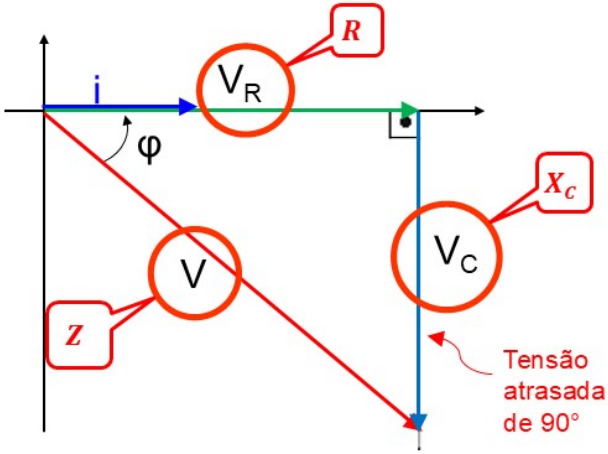
$$i_{MAX} = \omega C V_{MAX} \Rightarrow \frac{i_{MAx}}{V_{MAX}} = \omega C \Rightarrow \frac{V_{MAX}}{i_{MAX}} = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

© Prof. Vargas

Circuito RC Série



➲ Temos um triângulo de Tensões com a tensão atrasada 90°



$$V^2 = V_R^2 + V_C^2 \Rightarrow V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$V = \sqrt{(R \times i)^2 + (X_C \times i)^2}$$

$$V = \sqrt{i^2 \times (R^2 + X_C^2)}$$

$$V = i \times \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

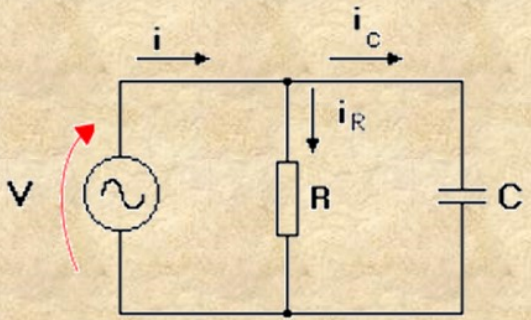
$$\frac{V}{i} = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad \text{ou} \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

e

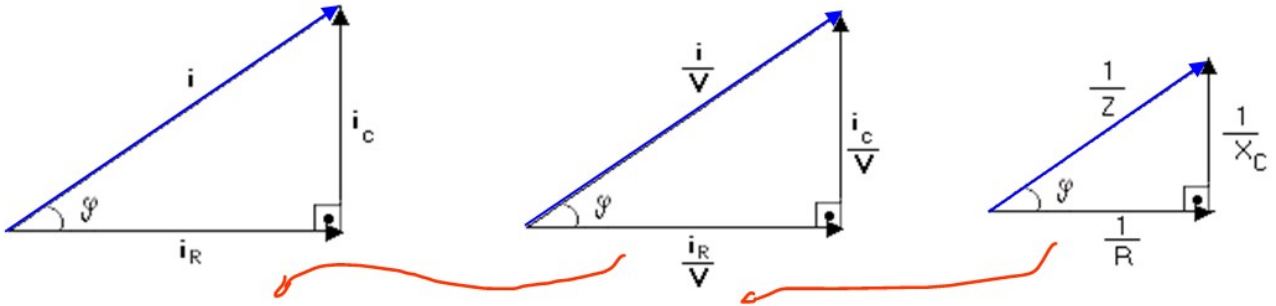
$$Tg\varphi = \frac{V_C}{V_R} = \frac{X_C}{R}$$

© Prof. Vargas

Circuito RC Paralelo



➲ De forma análoga, se: $X_C = \dfrac{1}{2 \times \pi \times f \times C}$

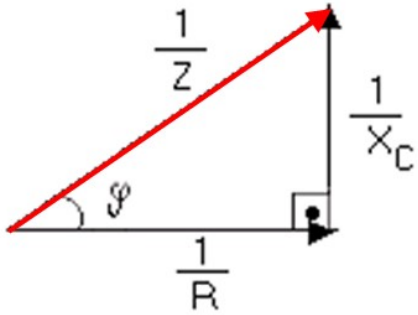


$$\frac{i}{V} = \sqrt{\left(\frac{i_C}{V}\right)^2 + \left(\frac{i_R}{V}\right)^2} \Rightarrow \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{X_C}\right)^2 + \left(\frac{1}{R}\right)^2} \quad \textit{ou ainda} \quad \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{2 \times \pi \times f \times C}\right)^2} + \frac{1}{R^2}}$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{(2 \times \pi \times f \times C)^2 + \frac{1}{R^2}}}$$

➲ Como já visto, mantendo-se as devidas proporções, teremos:



$$Cos\varphi = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$$Sen\varphi = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{X_C}$$

$$Tan\varphi = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{X_C}$$

© Prof. Vargas

© Prof. Vargas