ANÁLISE EM CORRENTE ALTERNADA COM NÚMEROS COMPLEXOS

© Prof. Engº esp Luiz Antonio Vargas Pinto
Revisado em 01/03/2026

Regras Gerais

1. Todo número complexo tem duas partes, quer seja RETANGULAR quer seja POLAR. Portanto se não temos uma delas significa que esta vale zero.
2. Para diferenciar imediatamente POLAR de RETANGULAR lembre que polar tem sempre alguma referência a **" ° "** ao passo que RETANGULAR tem **"j"**. Exemplos: Z = a + jb (RETANGULAR) e Z = M $\angle\,\theta°$ (POLAR).
3. Soma e subtração sempre com os número na forma RETANGULAR
4. Multiplicação e divisão na forma POLAR.
5. Nas conversões garanta sempre que a calculadora esteja no modo DEG.
6. Escolha atentamente a conversão desejada P$\rightarrow$ R e R $\rightarrow$ P

7. Associação paralela:

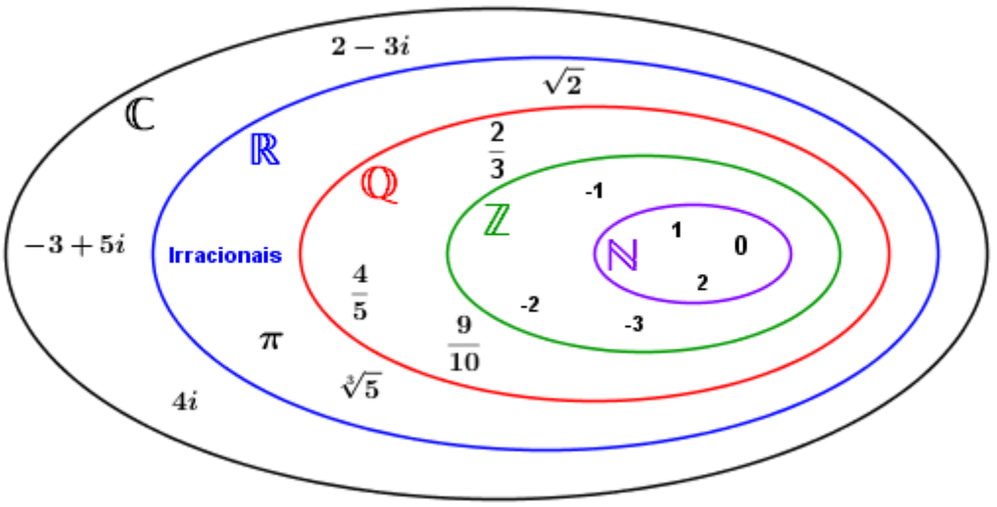
$$\boxed{R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}}}$$

Veja que o caso de paralelismo de 2 resistores diferentes é obtido por:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Conjuntos numéricos

Considerando a história de uma forma simplista, o primeiro conjunto conhecido dos números é o conjunto dos números naturais N.



N Números naturais 0,1,2,3...

Z Números inteiros incluindo os NEGATIVOS ... -3,-2,-1,0,1,2,3 ...

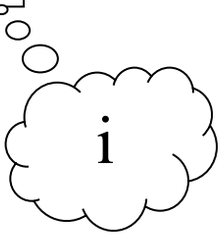
Q Números Racionais: inclui os números "quebrados" completos. 3,25 por exemplo

I Números Irracionais: Reúne os números decimais não exatos com uma representação infinita e não periódica, por exemplo: 3,141592... ou 1,203040...

R Conjunto formado pelos números racionais (Q) e irracionais (I)

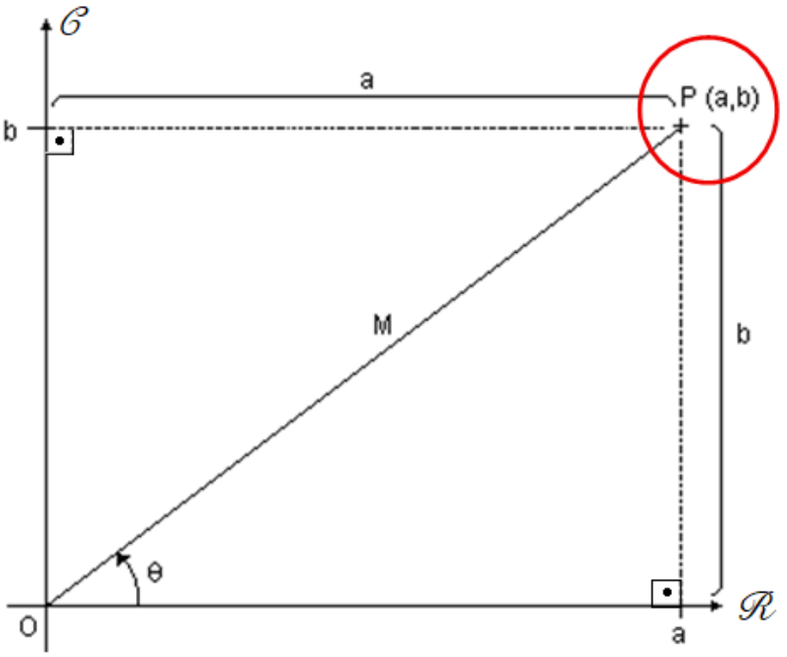
C Conjunto que engloba, por exemplo, as raízes quadradas de números negativos – considerada por matemáticos antigos como insolúveis ou inexistentes

$$\sqrt[2]{-4} = \sqrt[2]{(-1)\times 4} = \sqrt[2]{(-1)} \times \sqrt[2]{4} = 2 \times \boxed{\sqrt[2]{(-1)}} = 2j$$



i de imaginário. Porém, em eletricidade a letra i é reservada para corrente elétrica e portanto passou a ser usada a letra j

Uma coisa interessante então aconteceu. Os matemáticos observaram que os números $\mathscr{R}$eais na verdade eram números em cima de uma linha (uma régua) ou eixo X, mas os demais, os números $\mathscr{C}$omplexos pertenciam ao plano XY e no caso de um número puramente complexo, ele está sobre o eixo Y. Esses pontos do plano (cartesiano) são compostos por suas coordenadas x,y ou a,b onde a $\in$ $\mathscr{R}$eais e b $\in$ $\mathscr{C}$omplexos



Representação RETANGULAR Z = a + j b

Representação POLAR Z = M ∠ α°

Conversão POLAR para RETANGULAR (M e α conhecidos)

$$Sen(\theta) = \frac{b}{M} \quad \Rightarrow \quad b = M \cdot Sen(\alpha)$$

$$Cos(\theta) = \frac{a}{M} \quad \Rightarrow \quad a = M \cdot Cos(\alpha)$$

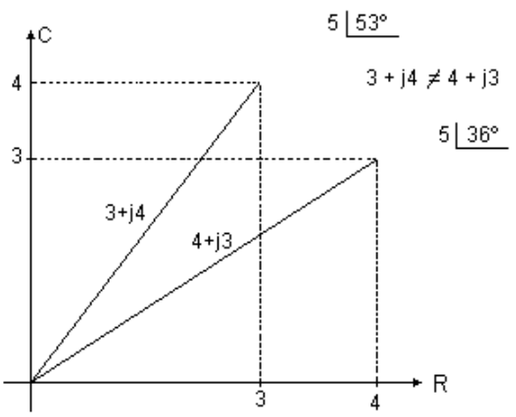
e portanto Z = a + j b

CONVERSÃO RETANGULAR PARA POLAR (A E B CONHECIDOS)

$$Tan(\alpha) = \frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad \alpha = Tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$M = \sqrt{a^2 + b^2}$$

e portanto Z = M ∠ θ°



Exercício: Converta para a outra forma cada um dos seguintes números complexos.

1. 37,93 $\angle$36°
2. -1000 –j7
3. 20,91 $\angle$-12°
4. 47,11 – j83,12
5. 412 + j60,01
6. 21,83 $\angle$-10°
7. -2,1943 + j6,19

Operações

<u>Adição e Subtração</u> (Na forma RETANGULAR a + jb)

$Z_1 = a + jb$
$Z_2 = c + jd$

$Z_1 + Z_2 = (a + c) + j(b + d)$ e $Z_1 - Z_2 = (a - c) + j(b - d)$

<u>Multiplicação e Divisão (Na forma POLAR M $\angle$ θ°)</u>

$Z_1 = M \angle \theta°$
$Z_2 = A \angle \alpha°$

$$\Rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{M}{A} \angle \theta - \alpha \qquad Z_1 \cdot Z_2 = M \cdot A \ \angle \theta + \alpha$$

Exercícios

Dados:

$Z_1 = 3 \angle 47,5°$
$Z_2 = -7,1 – j\ 9$

Calcule:

1. $Z_1 + Z_2$
2. $Z_1 . Z_2$
3. Z_1 / Z_2
4. Z_2 / Z_1
5. $Z_2 - Z_1$
6. $Z_1 - Z_2$

Componentes de corrente alternada

Reatância Indutiva

$X_L = 2 \pi f L$

Indutância em Henry [H]

Freqüência em Hertz [Hz]

Reatância Indutiva em Ohm [Ω]

Que em complexos representamos como **+ j X_L**

Reatância Capacitiva

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Capacitância em Farad [F]

Frequência em Hertz [Hz]

Reatância Capacitiva em Ohm [Ω]

Que em complexos representamos como **- j X_C**

Gabarito

1. 30,6860 + j22,2947
2. 1000,0245 ∠ -179,5989°
3. 20,4531 – j4,3474
4. 95,5421 ∠ -60,4567°
5. 416,3475 ∠ 8,2872°
6. 21,4984 + j3,7907
7. 6,5674 ∠ 109,5190°

1. $Z_1 + Z_2 =$ 8,47 ∠ -126,77°
2. $Z_1 . Z_2 =$ 34,3903 ∠ -80,7695°
3. $Z_1 / Z_2 =$ 0,2617 ∠ 175,7695°
4. $Z_2 / Z_1 =$ 3,8211 ∠ -175,7695°
5. $Z_2 - Z_1 =$ -9,1268 – j11,2118
6. $Z_1 - Z_2 =$ 9,1268 – j11,2118