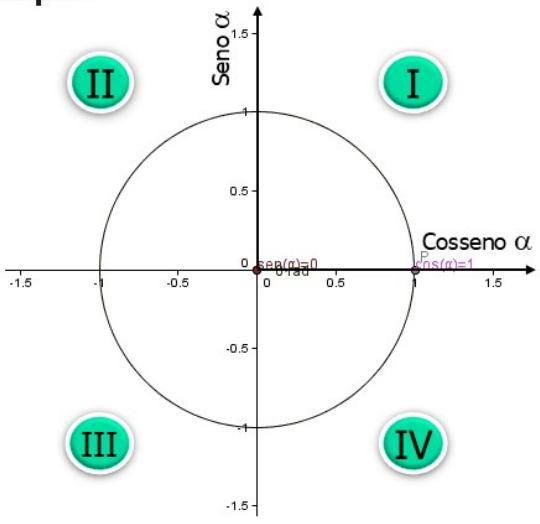
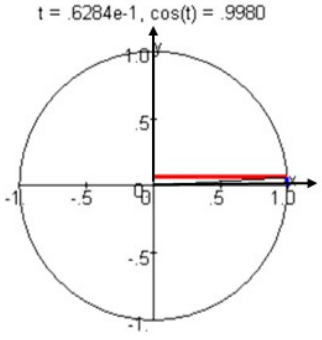
Eletrônica Analógica
introdução

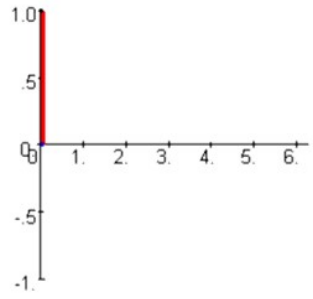
© Prof. Engº esp Luiz Antonio Vargas Pinto
www.vargasp.com
rev. setembro de 2025

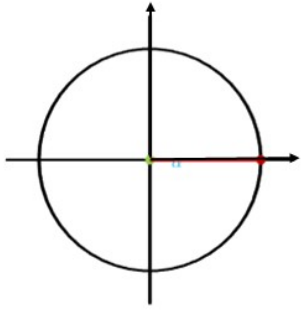
© Prof. Vargasp

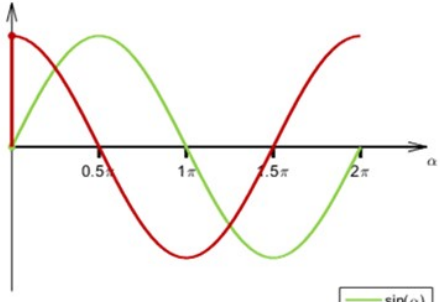
Seno e Cosseno







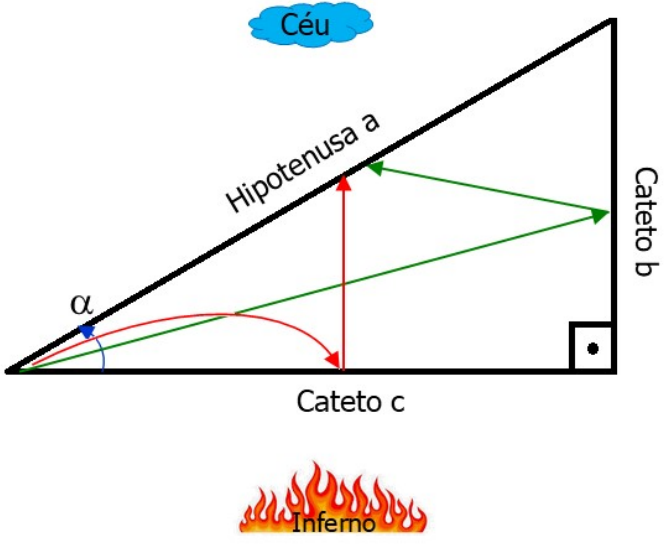




Lembre-se: Seno(0°) = 0

© Prof. Vargasp

O triângulo retângulo



Santo ➡ Céu ➡ Seno

$$Seno(\alpha) = \frac{Cateto\ b}{Hipotenusa} = \frac{b}{a}$$

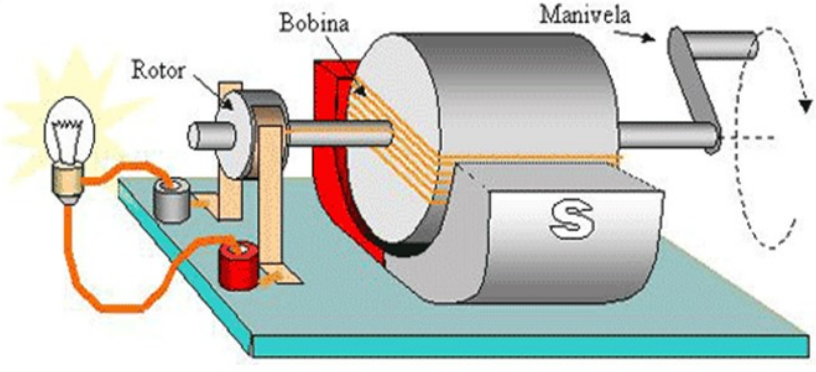
Curioso ➡ Inferno ➡ Cosseno

$$Cosseno(\alpha) = \frac{Cateto\ c}{Hipotenusa} = \frac{c}{a}$$

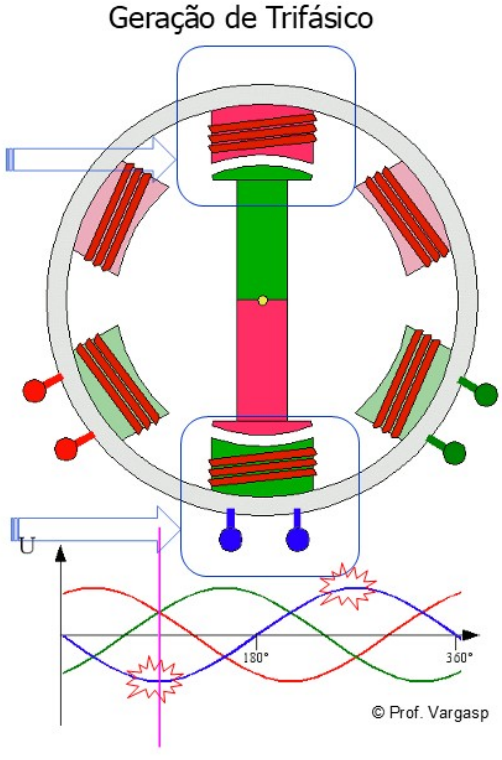
© Prof. Vargasp

Por que usar Seno e Cosseno ?

- Porque se trata de um movimento circular de uma bobina imersa em um campo magnético para produzir corrente elétrica de acordo com Michael Faraday

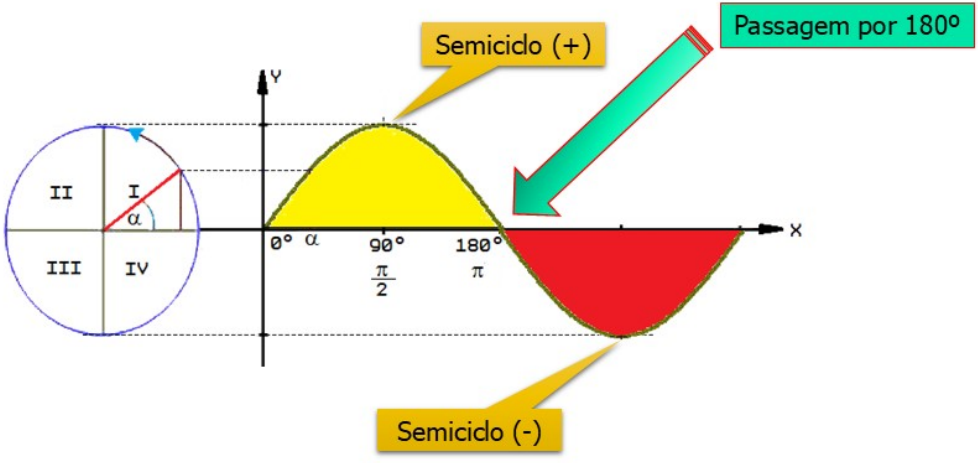


https://vittocahue.blogspot.com/2014/01/2-els-generadors-electrics-de-corrent.html



Corrente alternada monofásica

- Observe a ação nos quadrantes

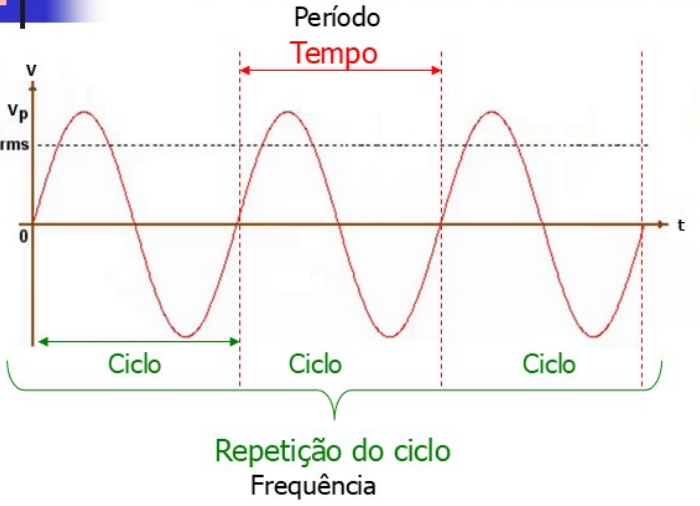


Por conta disto, a equação dessa senóide será dada por

$$V(t) = V_{MAX} \sin(\omega t + \alpha°)$$

© Prof. Vargasp

Características



Fase

$$V(t) = V_p \times Sen(\omega t + \theta)$$

Tensão máxima ou Pico

$$\omega = 2 \times \pi \times f$$

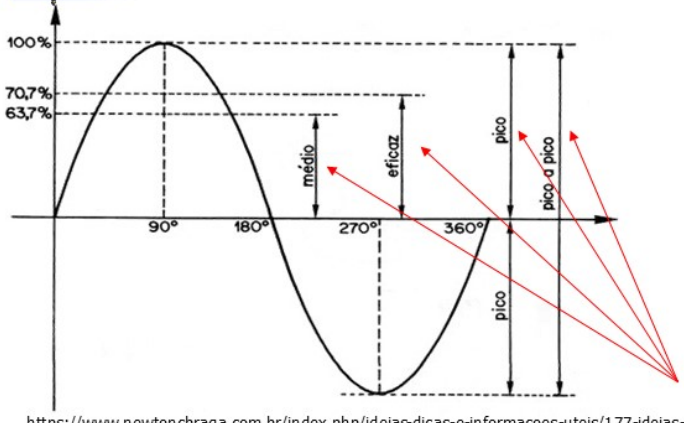
Frequência

$$f = \frac{1}{T}$$

Frequência é o número de repetição de ciclos. Mede-se em Hertz (Hz) e no mundo usamos 50 Hz ou 60 Hz. E, em particular no Brasil, adotamos **60 Hz**

© Prof. Vargasp

Algumas definições importantes



https://www.newtoncbraga.com.br/index.php/ideias-dicas-e-informacoes-uteis/177-ideias-praticas/12290-tensao-de-pico-eficaz-e-rms-ip1315.html

Conforme falávamos há algum tempo, no ambiente elétrico a tensão contínua chegou primeiro com Thomas Alva Edson. E o posterior desenvolvimento da tensão alternada proposta por Nikolas Tesla que trabalhava em conjunto com George Westinghouse se provou mais funcional e acabou substituindo o sistema DC por AC.

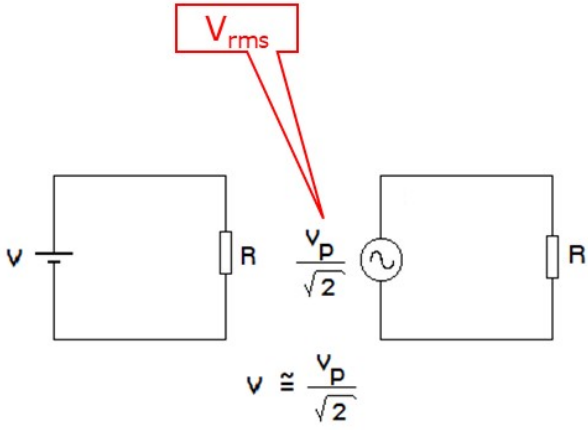
- Observando o gráfico ao lado, você vê que, comparativamente, a tensão alternada varia em torno dos picos positivos e negativos e fica muito pouco tempo no valor de pico o que leva a uma conclusão inevitável: uma tensão alternada, por exemplo de 10 V_{pico} não tem a mesma eficiência de uma tensão contínua de 10V.
- Para substituir uma fonte de 10V contínua DC (pré-existente) seria necessário fornecer MAIS tensão AC. A pergunta agora é: quanto maior ?
- Matematicamente, a relação é:

$$V_{Nova} = \sqrt{2} \times 10$$

© Prof. Vargasp

O valor eficaz

- Por definição o valor de tensão entregue nas tomadas residenciais - por exemplo - é EFICAZ e $V_{EFICAZ} = V_{RMS}$ a qual vem sendo adotado como padrão. (Se servir de base, pense que no princípio, era entregue tensão DC).
- Podemos então considerar que em um enunciado de um circuito o valor mostrado em AC sempre será EFICAZ.
- O nome RMS vem do inglês Root Mean Square que traduzido podemos chamar de Raiz Quadrada da Média.

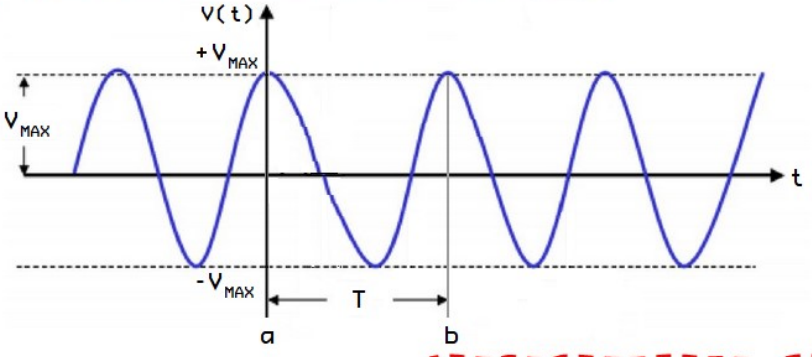


© Prof. Vargasp

Valor médio de onda completa

$$Valor_{médio} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

Teorema do valor médio



$$V_m = \frac{2V_p}{\pi}$$

Efetivamente o valor médio de uma senoidal é zero, então o que se faz é retificar em onda completa e calcular sobre este

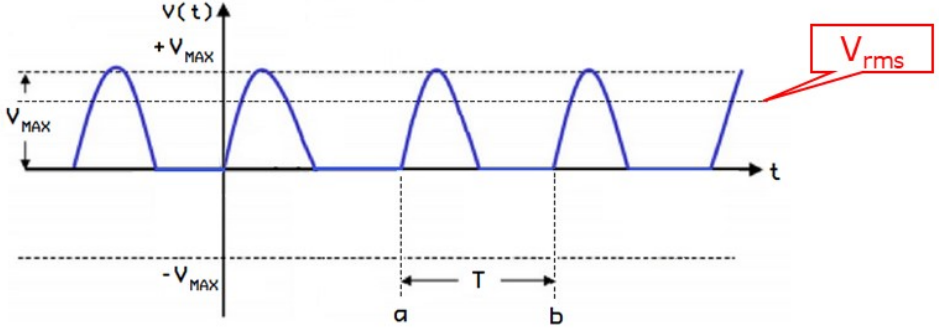
© Prof. Vargasp

Valor eficaz ou RMS de onda completa

$$V_{RMS} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

© Prof. Vargasp

valor médio retificado de meia onda



- Por quê ? Como o DIODO retifica meia onda de uma senóide dada por $V(t) = V_{pico}\ sen(\omega t + \alpha°)$,

- O valor eficaz da tensão na carga para uma senóide retificada em **meia onda** é dado pela equação:

$$V_{RMS} = \frac{V_p}{2}$$

© Prof. Vargasp

Meia onda Médio e Eficaz

- Valor médio (average)

$$V_m = \frac{V_p}{\pi}$$

- Valor eficaz

$$V_{RMS} = \frac{V_p}{2}$$

© Prof. Vargasp

Então cuidado !

É importante considerar que o Valor Médio é diferente do valor médio retificado (RMS)também chamado de Eficaz

Ou seja: V_{RMS} ou $V_{EFICAZ} \neq V_{AVERAGE}$

© Prof. Vargasp

Referências

- Site https://eltgeral.com.br feito em 08/08/2025
- Valor Médio de Sinais Elétricos (Average Value) https://www.youtube.com/watch?v=1rJ2CpyU1-o 19/09/2025

© Prof. Vargasp

Apêndice

Demonstração do valor RMS ou Eficaz com onda completa

© Prof. Vargasp

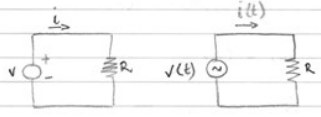
(14)

O principal problema se deve ao fato de CA apresentar V_e i variando no tempo (seno ou cos) e no início da história a corrente contínua ter sido a referência em distribuição de redes

O valor médio de uma função cíclica, contínua é dado por:

$$y_M = \frac{1}{T}\int_0^T x\,dx$$

Agora considere os seguintes sistemas



Em CC a tensão sobre R não muda e a Potência é obtida por:

$P = V \cdot I$ (a)

Mas $V = RI \Rightarrow I = \frac{V}{R}$ (b)

Substituindo (b) em (a)

$$\boxed{P = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}} \quad (c)$$

Já, em CA, a tensão sobre R que produza o mesmo efeito é denominado V_{eficaz}

(14)

e a tensão eficaz (V_{ef})

Então podemos considerar que:

$$P(t) = \frac{[V(t)]^2}{R}$$

mas

$$P_{MED}(t) = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{V(t)^2}{R}\,dt$$

$$P_{MED}(t) = \frac{1}{RT}\int_0^T [V(t)]^2\,dt \quad (d)$$

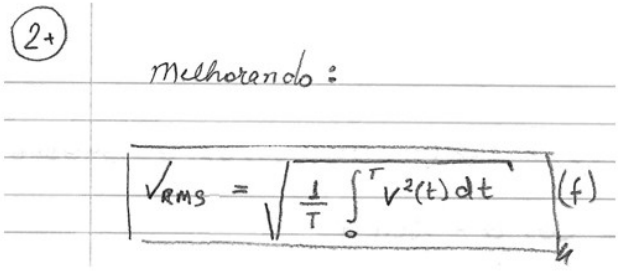
igualando (c) e (d)

$$\frac{1}{RT}\int_0^T (V(t))^2\,dt = \frac{V^2}{R}$$

de onde:

$$V = \sqrt{\frac{\int_0^T (V(t))^2\,dt}{T}}$$

e com $V = V_{RMS} = \sqrt{\frac{\int_0^T (V(t))^2\,dt}{T}}$ (e)



Assim, se:

$$V(t) = V_{pico} \times sin(t)$$

Então:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\frac{T}{2}}\int_0^{\frac{T}{2}} \left(V_{pico} \times sin(\omega t)\right)^2 dt}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\frac{T}{2}}\int_0^{T\frac{T}{2}} V_{pico}^2 \times sin^2(\omega t) dt}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{2 \times V_{pico}^2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} sin^2(\omega t) dt}$$

É preciso desenvolver:

$$sin^2(\omega t)$$

Começamos com:

$$sin^2(x) + cos^2(x) = 1$$

$$sin^2(x) = 1 - cos^2(x) \qquad \text{(i)}$$

E:

$$\cos(a+b) = \cos(a).\cos(b) - sen(a).sen(b)$$

De forma que:

$$\cos(a+a) = \cos(a).\cos(a) - sen(a).sen(a)$$

Logo:

$$\cos(2a) = cos^2(a) - sin^2(a)$$

$$cos(2a) + sin^2(a) = cos^2(a)$$

Ou:

$$cos^2(a) = cos(2a) + sin^2(a)$$

Substituindo em (i):

$$sin^2(x) = 1 - \left(cos(2x) + sin^2(x)\right)$$

$$sin^2(x) = 1 - cos(2x) - sin^2(x)$$

$$cos(2x) = 1 - sin^2(x) - sin^2(x)$$

$$cos(2x) = 1 - 2.sin^2(x)$$

Ou:

$$1 - 2sin^2(x) = cos(2x)$$

$$-2sin^2(x) = cos(2x) - 1$$

Ou:

$$2sin^2(x) = 1 - cos(2x)$$

$$sin^2(x) = \frac{1 - cos(2x)}{2} \quad \text{(ii)}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{2 \times V_{pico}^2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} sin^2(\omega t)\, dt}$$

$$V_{RMS}^2 = \frac{2 \times V_{pico}^2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left[\frac{1 - cos(2\omega t)}{2}\right] dt$$

$$V_{RMS}^2 = \frac{V_{pico}^2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}[1 - cos(2\omega t)]dt$$

$$V_{RMS}^2 = \frac{V_{pico}^2}{T}\left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega}\right]_0^{\frac{T}{2}}$$

$$V_{RMS}^2 = \frac{V_{pico}^2}{T}\left[t - \frac{\sin(2 \times 2\pi t)}{2\pi}\right]_0^{\frac{T}{2}}$$

$$V_{RMS}^2 = \frac{V_{pico}^2}{T}\left[t - \frac{\sin(4\pi t)}{2\pi}\right]_0^{\frac{T}{2}}$$

$$V_{RMS}^2 = \frac{V_{pico}^2}{T}\left[\left(\frac{T}{2} - \frac{\sin\left(\frac{4\pi}{\frac{T}{2}} x \frac{T}{2}\right)}{2\pi}\right) - \left(0 - \frac{\sin 0}{2\pi}\right)\right]$$

$$V_{RMS}^2 = \frac{V_{pico}^2}{T}\left[\left(\frac{T}{2} - \frac{\sin(4\pi)}{2\pi}\right)\right]$$ (0)

$$V_{RMS}^2 = \frac{V_{pico}^2}{2}$$

$$V_{RMS} = \frac{V_{pico}}{\sqrt{2}}$$ c.q.d.

© Prof. Vargasp