Eletrônica Básica
As Leis de Kirchhoff

© Prof. Engº esp Luiz Antonio Vargas Pinto
www.vargasp.com
Editado em 09/2022

© Prof. Vargasp

Gustav Robert Kirchhoff

- Viveu de 1824 a 1887
- Nasceu em Königsberg, Prússia (atualmente Kaliningrado, Rússia).
- Publicou seu trabalho desenvolvido quando ainda era estudante, em 1845

Análise

- De um certo modo, Kirchhoff confirma a lei da conservação da matéria e a aplica em um ambiente fechado, no caso da eletricidade em um circuito elétrico, principalmente considerando que trata a existência de corrente elétrica e de potencial.
- Seu trabalho com Robert Bunsen evidencia um estudo muito mais profundo. Algumas pesquisas sugerem sua participação – indireta – com a física quântica.
- O nível de seu trabalho revela também profundo conhecimento matemático o que condiz com sua formação.

© Prof. Vargasp

A lei da malhas

- Em um malha fechada qualquer, a soma de todas as quedas de tensão será igual a ZERO, ou:

$$\sum_{i=1}^{n} V_i = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = 0$$

© Prof. Vargasp

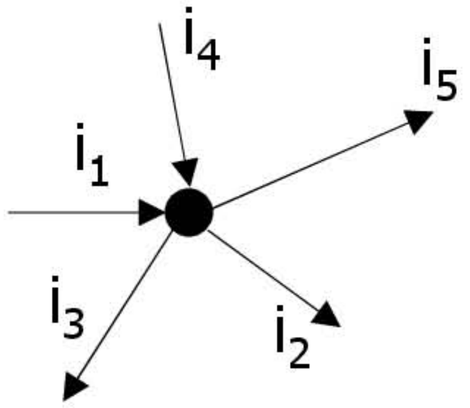
A lei dos Nós

- Considerando um NÓ como uma emenda com, NO MÍNIMO, três PONTAS, a soma de todas as correntes que entram no NÓ será igual a soma de todas as correntes que saem do NÓ

$$\sum_{n=1}^{m} i_n = \sum_{o=1}^{z} i_o$$

Entrada

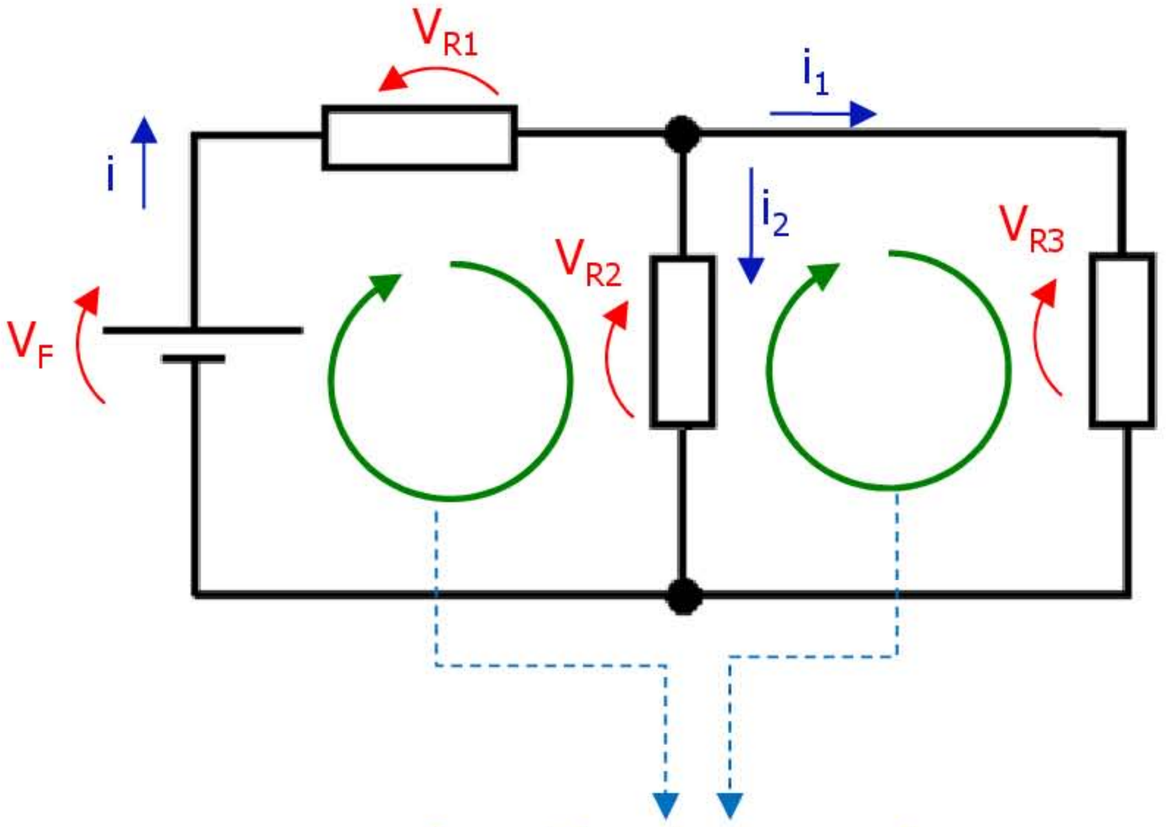
Saída



$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3 + i_5$$

© Prof. Vargasp

Exemplo



Sentido da varredura para análise – é arbitrária

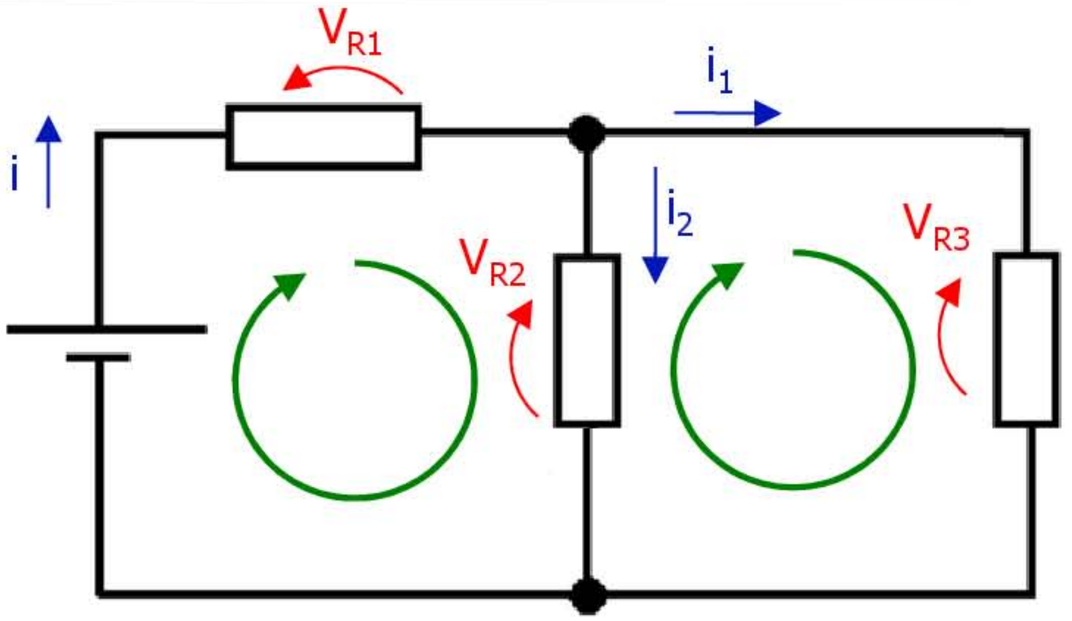
- A escolha do sentido da varredura é de livre escolha do analista.
- O sentido da varredura não precisa ser o da corrente, até porquê nem sempre sabemos o verdadeiro sentido desta.
- Daí:

$$\begin{cases} V_F - V_{R1} - V_{R2} = 0 \\ V_{R2} - V_{R3} = 0 \\ i = i_1 + i_2 \end{cases}$$

© Prof. Vargasp

Construindo

$$\begin{cases} V_{R1} + V_{R2} = V_F \\ V_{R2} - V_{R3} = 0 \\ i = i_1 + i_2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} R_1 \times i + R_2 \times i_2 = V_F \\ R_2 \times i_2 - R_3 \times i_1 = 0 \\ i = i_1 + i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 \times i + 0 \times i_1 + R_2 \times i_2 = V_F \\ 0 \times i - R_3 \times i_1 + R_2 \times i_2 = 0 \\ 1\,i - 1\,i_1 - 1\,i_2 = 0 \end{cases}$$

© Prof. Vargasp

Arrumando

- O qual podemos reorganizar da seguinte forma :

$$\begin{cases} R_1 \times i + 0 \times i_1 + R_2 \times i_2 = V_F \\ 0 \times i - R_3 \times i_1 + R_2 \times i_2 = 0 \\ 1\,i - 1\,i_1 - 1\,i_2 = 0 \end{cases}$$

Só para efeito de exemplo, adotaremos $V_F = 10V$, $R_1 = 2\ \Omega$ $R_2 = 3\ \Omega$ e $R_3 = 7\ \Omega$
Assim:

$$\begin{array}{c} i \quad i_1 \quad i_2 \\ \left\{\begin{array}{lll} R_1 & 0 & R_2 = V_F \\ 0 & -R_3 & +R_2 = 0 \\ 1 & -1 & -1 = 0 \end{array}\right. \end{array}$$

$$\begin{array}{c} i \quad i_1 \quad i_2 \\ \left\{\begin{array}{lll} 2 & 0 & 3 = 10 \\ 0 & -7 & +3 = 0 \\ 1 & -1 & -1 = 0 \end{array}\right. \end{array}$$

© Prof. Vargasp

Equações lineares

- Objetivo: zerar os dois primeiros coeficientes de uma linha respeitando as regras matemáticas de sistemas de equações lineares

$$\begin{cases} 2 & 0 & 3 = 10 \\ 0 & -7 & 3 = 0 \\ 1 & -1 & -1 = 0 \end{cases}$$

- Multiplicando a 3ª linha por 2

$$\begin{cases} 2 & 0 & 3 = 10 \\ 0 & -7 & 3 = 0 \\ 2 & -2 & -2 = 0 \end{cases}$$

- Subtrair a 3ª linha da 1ª e coloca-la no lugar da 1ª

$$\begin{cases} 0 & -2 & -5 = -10 \\ 0 & -7 & 3 = 0 \\ 2 & -2 & -2 = 0 \end{cases}$$

© Prof. Vargasp

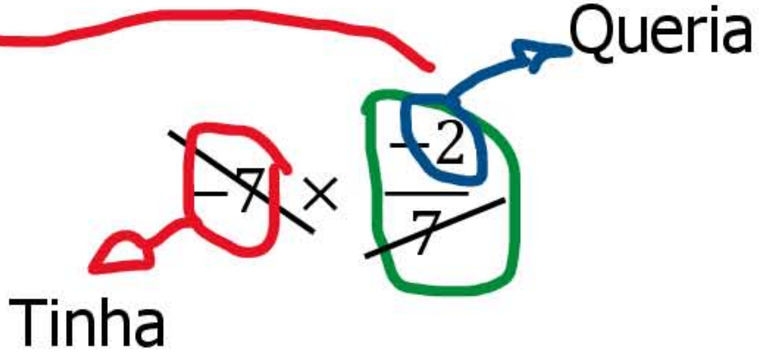
- Multiplicar a 2ª linha por -2/7 = - 0.28571

$$\begin{cases} 0 & -2 & -5 & = -10 \\ 0 & 2 & -0.85714 & = 0 \\ 2 & -2 & -2 & = 0 \end{cases}$$

- Somar a 2ª linha e a 1ª e substituir a 1ª

$$\begin{cases} 0 & 0 & -5.85714 & = -10 \\ 0 & 2 & -0.85714 & = 0 \\ 2 & -2 & -2 & = 0 \end{cases}$$

Observe o "pulo do gato"! Nós tínhamos -7 mas queríamos que fosse 2 para poder somar na primeira linha e desaparecer com o -2, assim:



© Prof. Vargasp

Daqui já vislumbramos que:

$$\begin{matrix} i & i_1 & i_2 & \\ 0 & 0 & -5.85714 & = -10 \\ 0 & 2 & -0.85714 & = 0 \\ 2 & -2 & -2 & = 0 \end{matrix}$$

$$-5.85714 \times i_2 = -10$$

$$i_2 = \frac{-10}{-5.85714}$$

$$i_2 = 1.70732\ A$$

$$2 \times i_1 - 0.85714 \times i_2 = 0$$

$$2 \times i_1 = 0.85714 \times i_2$$

$$2 \times i_1 = 0.85714 \times 1.70732$$

$$2 \times i_1 = 1.46341$$

$$i_1 = \frac{1.46341}{2}$$

$$i_1 = 0.73171\ A$$

© Prof. Vargasp

E lembrando que:

$$i - i_1 - i_2 = 0$$

$$i = i_1 + i_2$$

$$i = 1.70732 + 0.73171$$

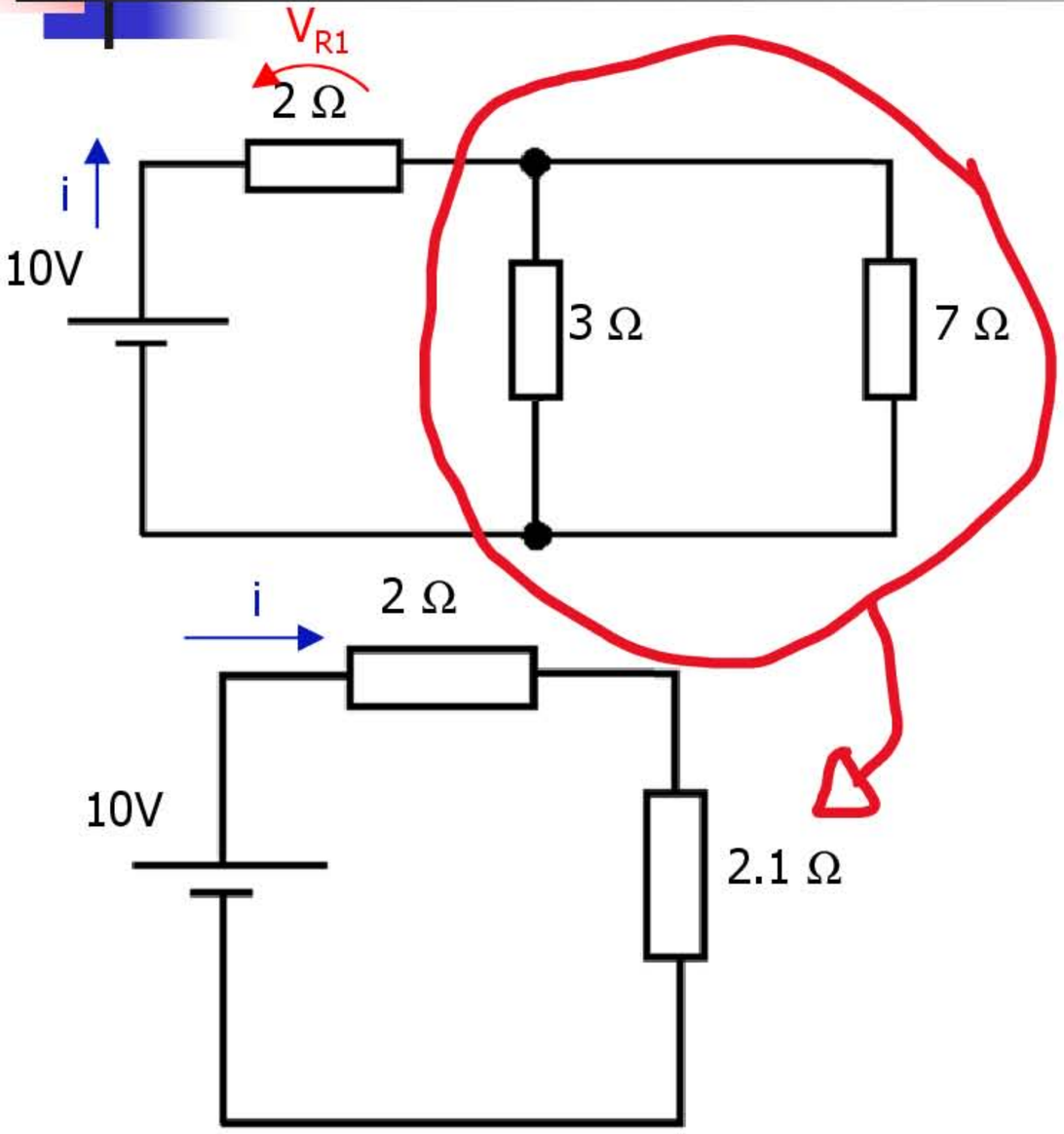
$$\boxed{i = 2.43903\ \text{A}}$$

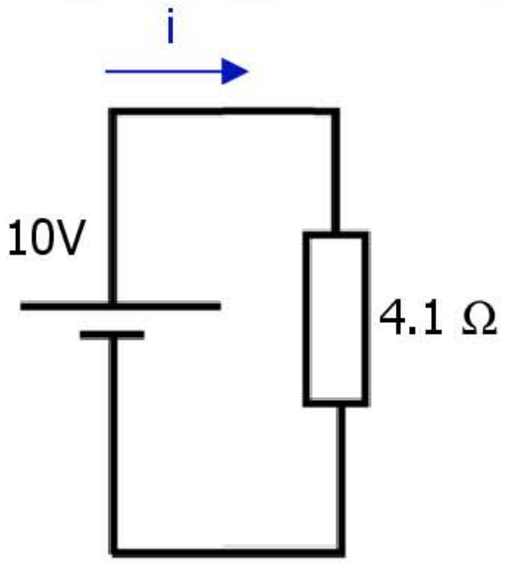
© Prof. Vargasp

Uma outra forma

Por simplificação de circuito

Simplificando



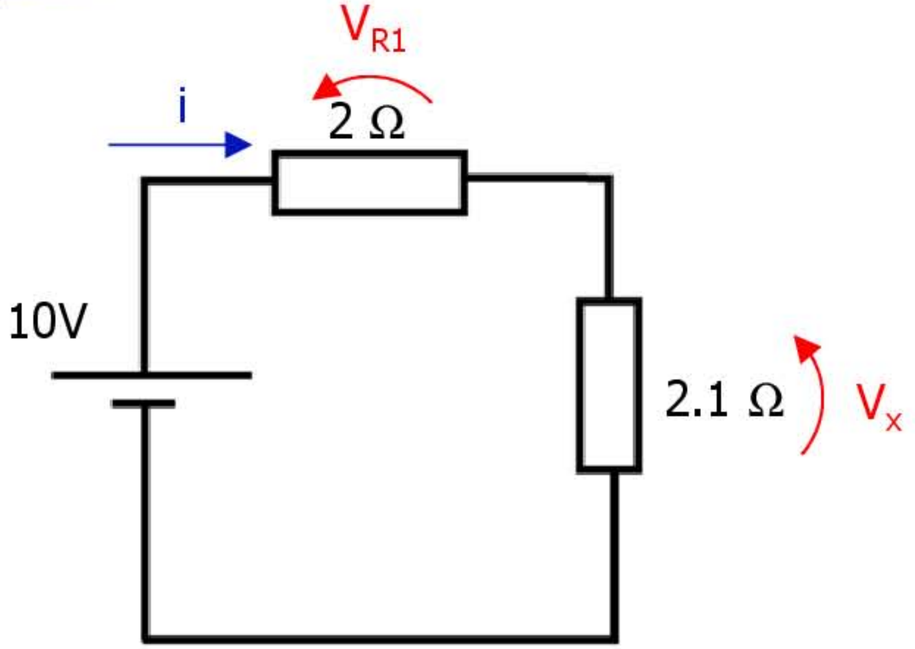


$$i = \frac{10}{4{,}1}$$

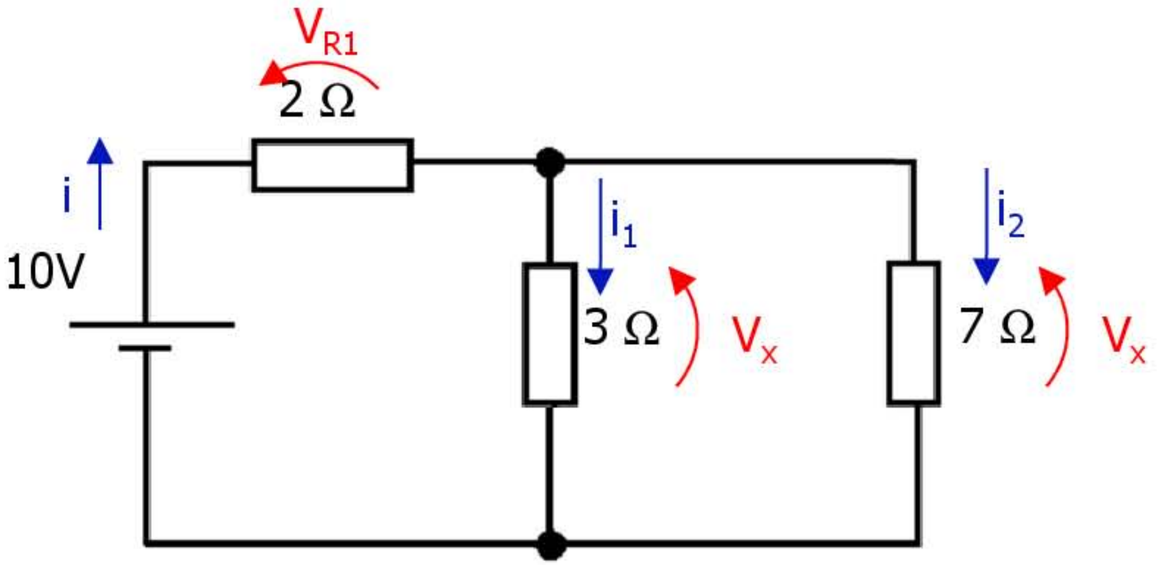
$$i = 2.143902 \text{ A}$$

© Prof. Vargasp

Voltando



$$V_{R1} = 2 \times 2.43902$$
$$V_{R1} = 4.878805\ \text{V}$$
$$V_x = 2.1 \times 2.43903$$
$$V_x = 5.12196\ \text{V}$$



$$i_1 = \frac{V_x}{3} = \frac{5.12196}{3}$$
$$i_1 = 1.70732\ A$$

$$i_2 = \frac{V_x}{7} = \frac{5.12196}{7}$$
$$i_2 = 0.73171\ A$$

© Prof. Vargasp

Considerações

1º método		2º método
$i_1 = 0.73171\ A$	⇒	$i_1 = 0.73171\ A$
$i_2 = 1.70732\ A$	⇒	$i_2 = 1.70732\ A$
$i = 2.43903\ \mathrm{A}$	⇒	$i = 2.43902\ \mathrm{A}$

© Prof. Vargasp

© Prof. Vargasp